







| | |
|--|---|
| NOMBRE DEL PROFESOR | Javier Guillén Anguiano |
| NIVEL ACADÉMICO Y SUBSISTEMA O DISCIPLINA | Bachillerato. Colegio de Ciencias y Humanidades. |
| ASIGNATURA | Matemáticas I (<i>primer semestre</i>). |
| UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS | UNIDAD 2. <i>Variación directamente proporcional y funciones lineales</i> CONTENIDOS Variación proporcional directa 2.1 Situaciones que involucran cambio. 2.2 Introducción a la noción de variación. 2.3 Identificación de las variables dependiente e independiente en situaciones concretas. 2.4 Variación proporcional entre dos cantidades. Uso de tablas y gráficas. Análisis del cociente y/x para varias parejas de valores. Constante de Proporcionalidad. 2.5 Problemas de variación proporcional directa. Funciones lineales 2.6 Formas de representación de una función lineal: tablas, gráficas y modelo algebraico. 2.7 Variación lineal. Comparación entre los cambios de y respecto a los de x ($\Delta y/\Delta x$). 2.8 Análisis de los parámetros a y b en el comportamiento de la gráfica de $y = ax + b$. 2.9 Vinculación entre a (de $y = ax + b$) y el cociente $\Delta y/\Delta x$. 2.10 Situaciones de diversos contextos que se modelan con una función lineal. |
| POBLACIÓN | Grupo de primer semestre, aproximadamente seis alumnos. |
| DURACIÓN | Para la Unidad: 20 horas; equivalente a ocho sesiones de dos horas y cuatro sesiones de una hora. Para las actividades con TIC: 10 horas. |
| PROPÓSITOS | A partir de la revisión de aspectos de la aritmética y de la noción de proporcionalidad, iniciar el manejo de la representación algebraica en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, la graficación de funciones lineales, su registro tabular y su relación con los parámetros de $y = ax + b$. |
| HABILIDADES DIGITALES | <i>Aa1.1 Localización de información específica en un sitio de Internet.</i> A. Uso de Internet. a. Como fuente de información y recursos: Aa2.1 Búsqueda eficiente de información en Internet. Definición de |







| | |
|---------------------------------------|--|
| | palabras clave para la búsqueda. Análisis de los resultados, selección de sitios, exploración, selección y valoración de la información obtenida. Cc1.1 Uso de la hoja de cálculo para registrar datos y representarlos gráficamente. |
| MATERIALES | Computadora con sistema operativo Windows, Internet, plataforma Moodle y hoja de cálculo, impresora, calculadora, cuaderno de trabajo para el alumno (véase referencia bibliográfica básica), pizarrón, lápiz, cuaderno, goma y sacapuntas. |
| DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES | 2.1 Ambientación: lluvia de ideas, los alumnos mencionan pares de variables relacionadas en la vida real, donde al aumentar el valor de una aumenta el de la otra, o viceversa. El profesor comenta y cuestiona. Recurso: pizarrón. |
| | 2.2 Ambientación: lluvia de ideas, los alumnos proponen definiciones del concepto de variación. El profesor resume y acuerda con los alumnos. Recurso: pizarrón. |
| | 2.3 A partir de sus vivencias, los alumnos proponen por escrito pares de variables, una dependiente de la otra. Las leen para el grupo y se comentan. Recurso: lápiz y cuaderno. |
| | 2.4 A partir de una tabla de datos, los alumnos indican las condiciones por las que la relación entre las variables es (o no) de proporcionalidad directa. A partir de una gráfica de datos, los alumnos indican las condiciones por las que la relación entre las variables es (o no) de proporcionalidad directa. Recursos: cuaderno de trabajo para el alumno y calculadora. |
| | 2.5 El profesor plantea problemas y los alumnos determinan si la relación entre las variables es de proporcionalidad directa, resolviéndolos a partir del planteo de una proporción. Recursos: cuaderno de trabajo para el alumno, calculadora, lápiz, goma y sacapuntas. |
| | 2.6 Formas de representación de una función lineal. Instrucciones para el alumno: 1º. A partir de la función $y = mx$ (donde “y” representa a la variable dependiente y “x” a la independiente), abre un archivo en Excel y construye una tabla de valores con el encabezado “Gráfica de la función $y = mx$ ” y dos columnas: una para “x” y otra para “y”. Asignando un valor positivo a “m” (el que tú decidas) y diferentes valores a la variable “x”, obtén los correspondientes de “y”. 2º. Realiza los mismos pasos y construye otra tabla de la función $y = mx$, pero ahora asigne a “m” un valor negativo. |



| | |
|--|---|
| | <p>3º. Realiza los mismos pasos y construye otra tabla de la función $y = mx$, pero ahora asígnale a “m” el valor cero.</p> <p>4º. A partir de la función $y = mx + b$ (donde “b” es un valor numérico, “y” representa a la variable dependiente y “x” a la independiente, abre un nuevo archivo en Excel y construye una tabla de valores con el encabezado “Gráfica de la función $y = mx + b$”, y dos columnas: una para “x” y otra para “y”. </p> <p>Con $a = 3$ y $m = 1$, asígnale diferentes valores a la variable “x”, obtén los correspondientes de “y”.</p> <p>5º. Con $a = -3$ y $m = -1$ en la función $y = mx + b$, realiza los mismos pasos y construye otra tabla.</p> <p>6º. Con $a = -3$ y $m = 2$ en la función $y = mx + b$, realiza los mismos pasos y construye otra tabla.</p> <p>7º. Construye la gráfica de cada una de las seis tablas, asegurándote de ponerles título y de que aparezcan los nombres de las variables en los ejes de coordenadas.  En ese mismo archivo redacta tus conclusiones.</p> <p>8º. Guarda el archivo y súbelo a la plataforma Moodle. </p> |
| | <p>2.7 Variación lineal</p> <p>Instrucciones para el alumno:</p> <p>En las gráficas que son líneas rectas se pueden identificar, como valores que las caracterizan, la inclinación y la pendiente, ambos valores guardan una relación entre sí.</p> <p>Para consultar algunas explicaciones con respecto al tema, enlaza una página web por medio de la plataforma Moodle . Estos son algunos ejemplos de los que puedes elegir una, pero tú puedes localizar otra.</p> <p>www.ematematicas.net/pendienterecta.php?a=3</p> <p>http://bc.inter.edu/facultad/ntoro/pendiente%20de%20una%20recta.htm</p> <p>www.youtube.com/watch?v=4mJvfRNnsME</p> <p>http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Recta_Pendiente.html</p> <p>Basado en las lecturas, en el salón expondrás la respuesta a la pregunta ¿Qué relación guardan entre sí la inclinación y la pendiente de una recta?</p> |
| | <p>2.8 En el salón se analizan las gráficas elaboradas en 2.6 y se obtienen conclusiones respecto a los parámetros a y b en el comportamiento de la gráfica de $y = ax + b$.</p> <p>Trabajos impresos y pizarrón.</p> |
| | <p>2.9 Vinculación entre a (de $y = ax + b$) y el cociente $\Delta y/\Delta x$</p> <p>La pendiente de una recta, su inclinación y la “rapidez de variación” de la variable dependiente con respecto a la independiente, son conceptos que se relacionan, aquí se estudia de qué manera.</p> |



| | |
|---|--|
| | <p>Instrucciones para el alumno</p> <p>1º. En la plataforma Moodle, abre el Libro “Aprendizaje activo” y sigue las instrucciones que ahí aparecen. (Anexo 1). </p> <p>Abre el archivo “Rapidez de variación”, imprímelo y trabaja en él hasta que lo resuelvas por completo. (Anexo 2). </p> <p>El texto resuelto lo revisaremos en clase.</p> <p>2º. Participa cuando menos en dos ocasiones en el Foro, contestando la pregunta <i>¿Cómo se relacionan la pendiente, la rapidez de variación entre las variables y el ángulo de inclinación de una recta?</i> </p> |
| | <p>2.10 Situaciones en diversos contextos que se modelen con una función lineal</p> <p>Investiga y redacta en tu cuaderno una experiencia o hecho real donde las variables guarden una relación de proporcionalidad directa entre sí. Este último concepto ya lo estudiamos en clase.</p> <p>En la plataforma Moodle, haz clic en el Cuestionario “Situaciones que se pueden modelar con una función lineal”. (Anexo 3). </p> <p>Cuando aparezca en la pantalla haces clic en el botón “Vista previa”.</p> <p>Cuando se despliegue el cuestionario, responde cuidadosamente cada una de las preguntas y al finalizar haz clic en el botón “Enviar todo y terminar”.</p> <p>En clase, cada quien expondrá ante el grupo la situación encontrada.</p> |
| <p>BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA PARA EL PROFESOR</p> | <p>Básica</p> <ul style="list-style-type: none">- Romero M. Ma. de L. y otros (2010). Matemáticas II, Álgebra. Cuaderno de Trabajo para el Alumno. México: CCH Sur.- Gobran A. (1990). <u>Álgebra Elemental</u>. México: Grupo Editorial Iberoamérica. <p>Complementaria</p> <ul style="list-style-type: none">• Baldor, A. (1995). <u>Álgebra</u>. Publicaciones Cultural.• Dolciani M. P., Berman S. L. y Freilich J. (1990). <u>Álgebra Moderna</u>. México: Ed. Publicaciones Cultural.• Johnson L. M. y Steffensen A. R. (1994). <u>Álgebra y Trigonometría con Aplicaciones</u>. México: Ed. Trillas.• Keedy M. L., Nelson Ch. W. (1968). <u>Geometría. Una Moderna Introducción</u>. México: Ed. CECSA.• Larson, R. F. y Hostetler, R. P. (1996). <u>Álgebra</u>, México: Publicaciones Cultural.• Miller, Heeren y Hornsby, (1999). <u>Matemática: Razonamiento y Aplicaciones</u>. México: Ed. Pearson.• Rangel L. M. (1987). <u>Funciones y Relaciones</u>. México: Ed. Trillas.• Selby P. H. (1991). <u>Álgebra Elemental</u>. México: Ed. Limusa.• Stanley A. S. (1997). Randall I. Ch. y otros. <u>Álgebra y</u> |



| | |
|--|---|
| | <p><u>Trigonometría</u>. México: Ed. Addison Wesley Iberoamericana.</p> <ul style="list-style-type: none">• Swokowski E. W. (1996). <u>Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica</u>. México: Ed. Grupo Editorial Iberoamérica. |
|--|---|

Anexo 1

Instrucciones

En la plataforma Moodle abre el archivo “Rapidez de variación”. Analiza el contenido del texto, imprímelo y empleando un cuaderno, lápiz y papel, resuélvelo leyendo las indicaciones con mucha atención. Cuando lo hayas hecho, y sólo cuando lo hayas hecho, consulta las respuestas que aparecen al final.

Posteriormente, busca en libros de la biblioteca o en Internet, situaciones de la vida real que te parezcan familiares, donde aparezca la relación de proporcionalidad directa entre dos variables.



Anexo 2

ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y PENDIENTE

ESTUDIA ESTA LECCIÓN



En el diagrama de arriba, a la derecha, al **variar** z de z_1 a z_2 , se produce una **variación** en P de P_1 a P_2 (las variaciones se indican con flechas).

Abajo, al **variar** en la misma medida h -de h_1 a h_2 -, se produce una **variación** en T de T_1 a T_2 .

Pero sólo la recta P pasa por el origen. Por consiguiente, sólo la relación entre P y z es de proporcionalidad directa.

En $P = 0.7z$, al valor 0.7 de la constante de proporcionalidad se le conoce como **pendiente** de la recta.

En $T = 10h + b$, el valor 10 es la **pendiente** de la recta.

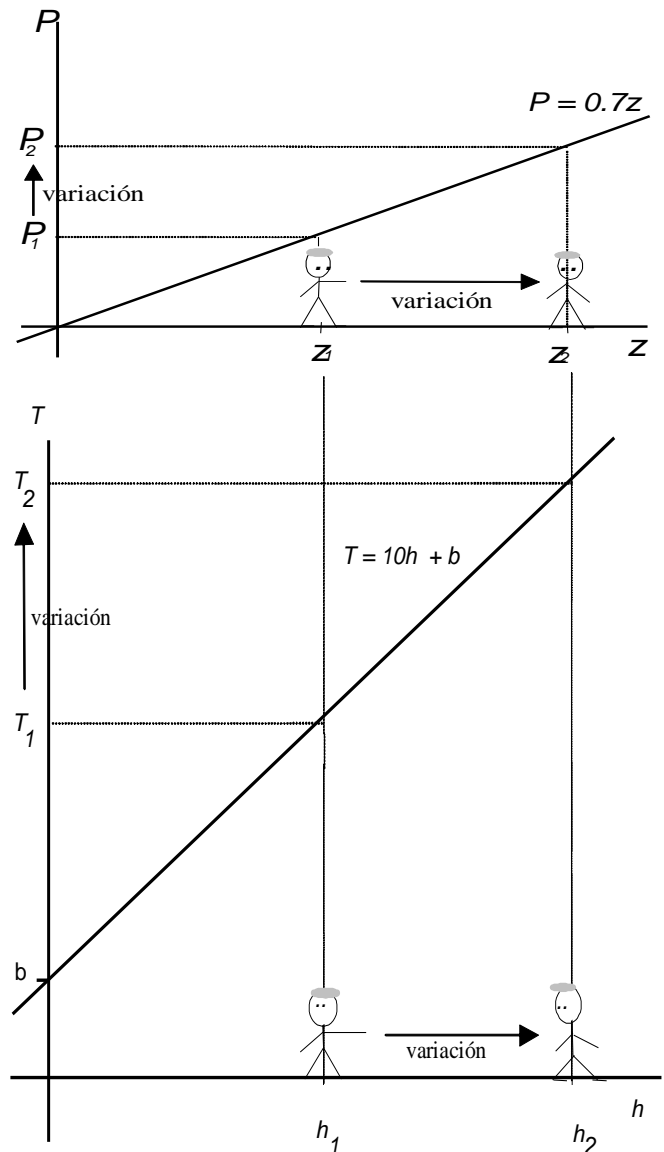
1. Observa que por tener una pendiente **mayor** la recta T se acerca más a la vertical que la recta P (forma un **mayor ángulo de inclinación** con el eje de las abscisas).

2. La misma **variación** sobre el eje de las abscisas ($\overline{z_1 z_2} = \overline{h_1 h_2}$) provoca mayor **variación** en la recta de mayor pendiente (T) que en P :

$$\overline{T_1 T_2} > \overline{P_1 P_2}$$

Las **razones** de las **variaciones** se relacionan así:

$$\frac{\text{variación de } T}{\text{variación de } h} > \frac{\text{variación de } P}{\text{variación de } z}, \text{ es decir, } \frac{\overline{T_1 T_2}}{\overline{h_1 h_2}} > \frac{\overline{P_1 P_2}}{\overline{z_1 z_2}} \text{ donde } \overline{h_1 h_2} = \overline{z_1 z_2}:$$



PASA A LA SIGUIENTE PÁGINA.



ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y PENDIENTE

ESCRIBE LO QUE FALTA

Examina la gráfica de la derecha.

Las tres rectas pasan por el origen, y son tales que al aumentar **a** aumenta **F**. Por eso representan relaciones de proporcionalidad _____.

Indica la pendiente en cada relación:

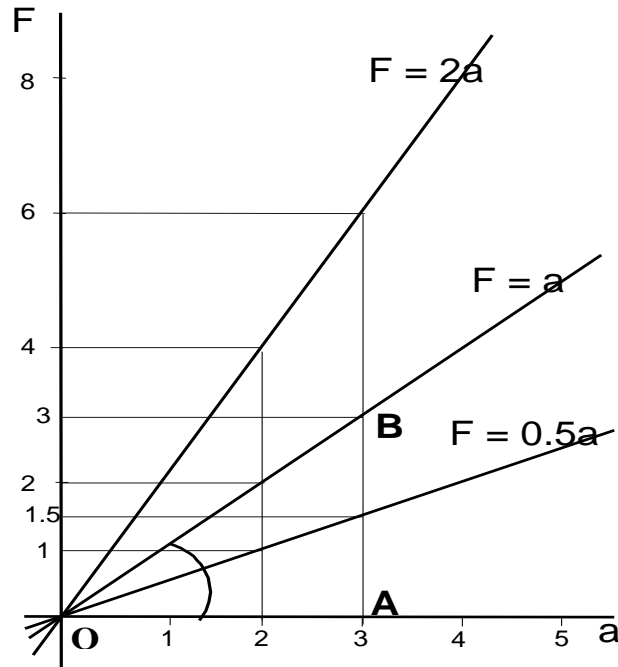
$F = 2a$ *pendiente* = ____

$F = a$ *pendiente* = ____

$F = 0.5a$ *pendiente* = ____

La recta de **menor** pendiente forma el **menor** ángulo de _____; la de **mayor** pendiente forma el **mayor** ángulo de _____.

En la recta de pendiente 1, si **a** varía una unidad (por ejemplo de 2 a 3), ¿cuántas unidades varía **F**? _____.



Fija tu atención en el triángulo rectángulo OAB marcado en la gráfica y reproducido a la derecha.

La longitud del cateto OA es _____. (Escríbelo en la figura).

La longitud del cateto AB es _____. (Escríbelo en la figura).

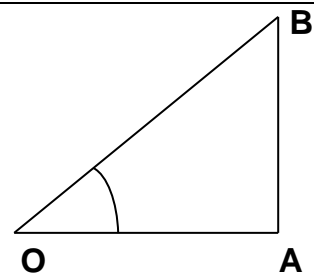
La **tangente** del ángulo AOB se define como el cociente del cateto opuesto AB entre el cateto adyacente OA.

¿Cuál es el resultado de esa división? _____.

Entonces la **tangente** del ángulo AOB es _____.

¿De cuántos grados es el ángulo de inclinación? (Consúltalo en tablas o en calculadora) _____.

Una recta de pendiente 1 forma un ángulo de 45° con el eje de las abscisas.



Fíjate en la gráfica. Al variar **a** de 2 a 3 sobre el eje de las abscisas, produce diferentes variaciones en **F**. Escribe > o < según corresponda:

(variación en $F = 2a$) ____ (variación en $F = a$)

(variación en $F = 0.5a$) ____ (variación en $F = a$)

O sea, para la misma variación de **a**, a mayor pendiente, mayor variación de **F**.



SIGUE ESTUDIANDO. . .



ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y PENDIENTE

CONTESTA LAS PREGUNTAS

¿Cuál de las gráficas representa una relación de proporcionalidad directa? (marca con \checkmark).

I () II () ambas ()

¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta en I? ____ .

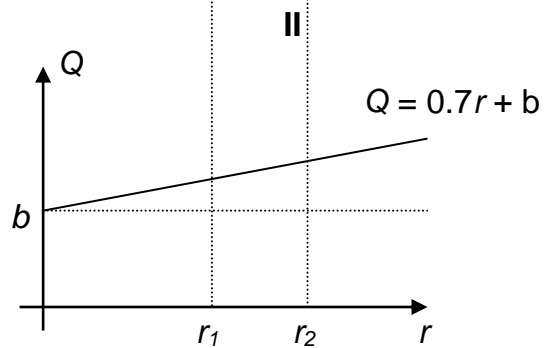
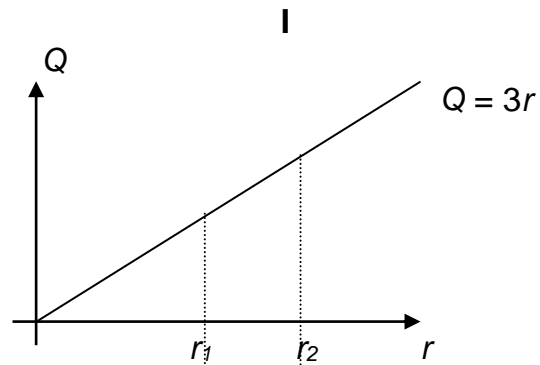
¿Cuál es el valor de la pendiente de la recta en II? ____ .

Al variar r , por ejemplo de r_1 a r_2 , la variación de Q es mayor para la relación (marca con \checkmark):

$Q = 3r$ () $Q = 0.7r + b$ ()

Una recta que forme un ángulo de inclinación de 45° con el eje r tiene una pendiente igual a ____ .

Observa las gráficas y deduce: para la misma variación de r , entre *mayor* sea la pendiente, ¿cómo será la variación de Q ? _____ .



DESCANSA SI LO DESEAS. . .



ÁNGULO DE INCLINACIÓN, RAPIDEZ DE VARIACIÓN Y PENDIENTE

ESTUDIA CON DETENIMIENTO

En la gráfica de la derecha sólo se consideran las rectas de pendientes 1 y 2; ubícate ahí en la posición 2 sobre el eje de las “a”.

Observa la recta I:

Al aumentar “a” **una** unidad en el eje de las abscisas (de 2 a 3), en el eje de las ordenadas también **F** aumenta **una** unidad (de 2 a 3), es decir:

$$\frac{\text{variación de } F}{\text{variación de } a} = \frac{1}{1} \text{ (igual a 1, que es el valor de la pendiente)}$$

Por la **razón** que resulta, se dice que la **rapidez de variación** de **F** con respecto a “a” es de 1 a 1.

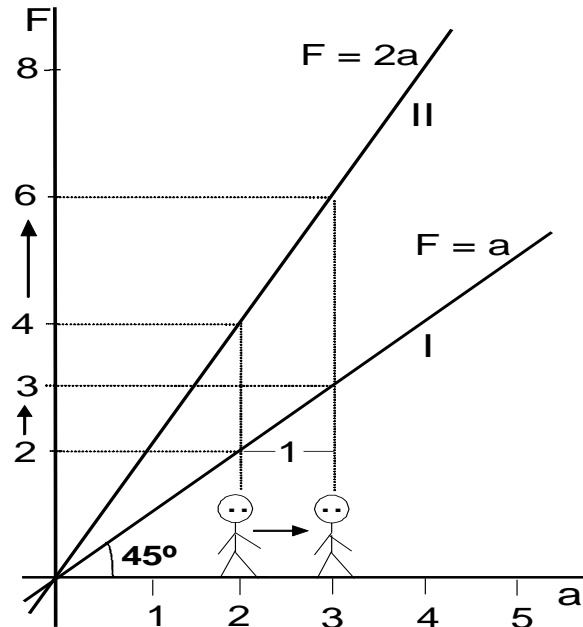
Observa la recta II:

Al aumentar “a” una unidad en el eje de las abscisas (de 2 a 3), **F** aumenta dos unidades en el eje de las ordenadas (de 4 a 6):

$$\frac{\text{variación de } F}{\text{variación de } a} = \frac{2}{1} \text{ (igual a 2, que es el valor de la pendiente)}$$

Es decir, su **rapidez de variación** es de 2 a 1.

O sea, **F** tiene mayor rapidez de variación en la recta II (precisamente la de mayor pendiente) porque en esa recta la misma variación de “a” provoca una mayor variación de “**F**” que en la recta I.



OJO ¡DETÉNTE A REPASAR!, LUEGO CONTINÚA EN LA SIGUIENTE PÁGINA. . .



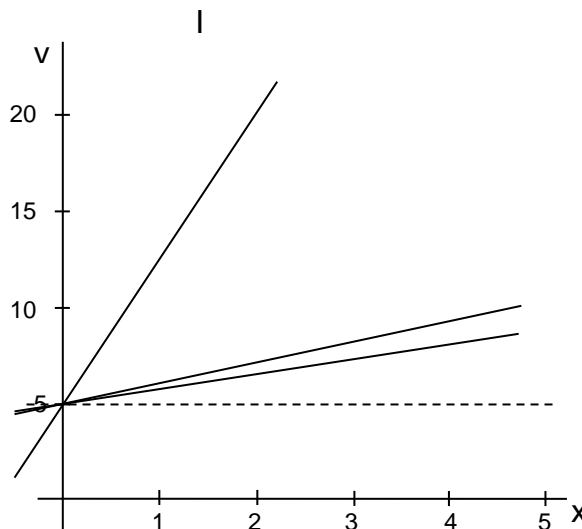
ÁNGULO DE INCLINACIÓN, RAPIDEZ DE VARIACIÓN Y PENDIENTE

LEE, PIENSA Y CONTESTA

¿Las rectas de la primera gráfica, representan relaciones de proporcionalidad directa? _____. ¿Por qué?

La pendiente de la recta con el mayor ángulo de inclinación es ____; la pendiente de la recta con el menor ángulo de inclinación es _____.

¿Cuál es el ángulo de inclinación de la recta de enmedio? _____.



En la gráfica de abajo, si “x” varía una unidad, “y” varía 1/2 en la recta I, es decir, su rapidez de variación es de 1/2 a 1:

$$\text{rapidez de variación} = \frac{\text{variación de } y}{\text{variación de } x} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(Este resultado es el valor de la _____)

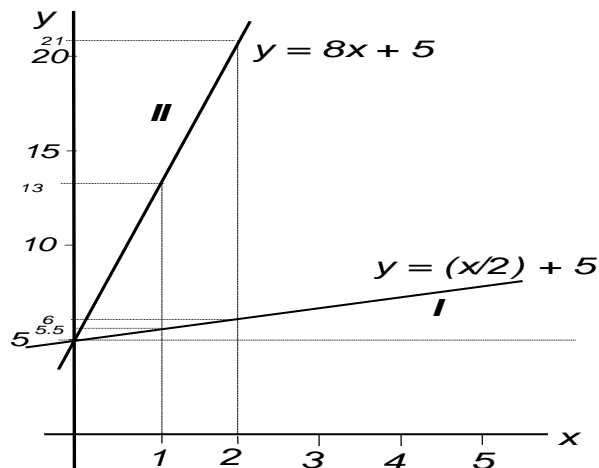
La rapidez de variación de la recta II es de ____ a ____:

$$\text{rapidez de variación} = \frac{\text{variación de } y}{\text{variación de } x} = \frac{8}{1} = 8$$

(El resultado es el valor de la _____).

En conclusión, la rapidez de variación es el valor de la _____.

Es decir, en la recta I por cada unidad que “x” aumenta, “y” aumenta $\frac{1}{2}$; a la vez, en la recta II “y” aumenta ____ unidades. Por tanto, y tiene más rapidez de variación en la recta ____, porque la misma variación de x provoca mayor variación de y en esa recta.



PROSIGUE EN LA SIGUIENTE PÁGINA. . .



ÁNGULO DE INCLINACIÓN, RAPIDEZ DE VARIACIÓN Y PENDIENTE

CONTESTA CORRECTAMENTE A PARTIR DE LA GRÁFICA

¿Cuál de las rectas representa una relación de proporcionalidad directa?

A () **B** () Las dos () Ninguna ()

¿Por qué? _____.

El ángulo de inclinación de la recta **B** es mayor de 90° .

¿Cuál es la pendiente de la recta con menor ángulo de inclinación? (escríbela como quebrado) ____.

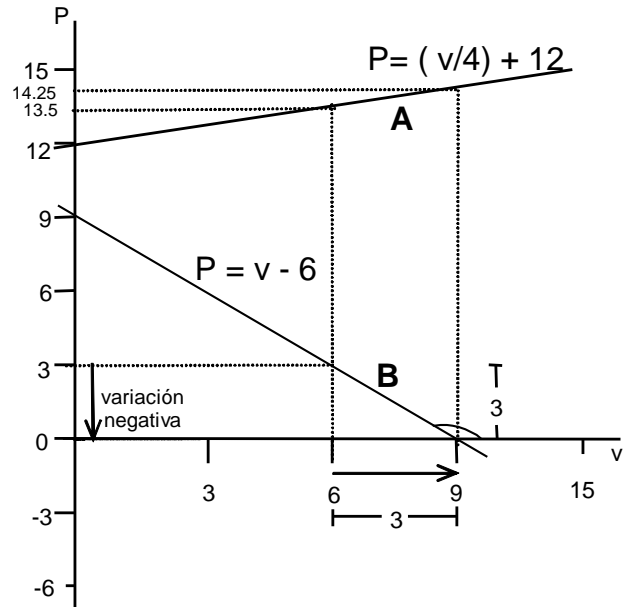
Si sobre la recta **A** **umenta** v de 6 a 9 (variación **positiva** de 3 unidades), resulta que P también tiene un **aumento** de ____ a ____ (variación **positiva** de 0.75 unidades).

En la recta **A**, ¿qué resulta al dividir

$\frac{\text{variación de } P}{\text{variación de } v}$? _____. Este es precisamente el valor de su _____.

Fíjate en la recta **B**. Al **umentar** v de 6 a 9 (variación **positiva** de 3 unidades), **sobre la recta B resulta que P** tiene una **disminución** de ____ a ____ (variación **negativa** de 3 unidades, o sea **variación de $P = -3$**).

En la recta **B**, $\frac{\text{variación de } P}{\text{variación de } v} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ Este es el valor de su _____.



¡Reto!

En la gráfica de arriba, ¿cuál de las rectas representa mayor rapidez de variación, **A** o **B**? _____. ¿Por qué?

¿Cuál de las rectas tiene mayor pendiente, **A** o **B**? _____. ¿Por qué?



SI DESEAS TOMAR UN DESCANSO, LO PUEDES HACER. . .



RESPUESTAS

PÁGINA 2

directa; 2, 1, 0.5; inclinación; inclinación; una; 3; 3; 1; 1; 45°; >; <

PÁGINA 3

l; 3; 0.7; $Q = 3r$; 1; mayor.

PÁGINA 5

No; porque no pasan por el origen; 8; $\frac{1}{2}$; 45°; pendiente; 8, 1; $\frac{8}{1}$; pendiente; pendiente; 8;

II.

PÁGINA 6

Ninguna; porque no pasan por el origen; $\frac{1}{4}$; de 13.5 a 14.25; 0.25; pendiente; 3 a 0; $\frac{-3}{3} = -1$ pendiente; -1; **B**; porque la misma variación de v provoca una mayor variación en esa recta, aún siendo negativa, o bien, porque tiene mayor pendiente; **B**, porque se acerca más a una vertical.



Anexo 3

Cuestionario

Menciona dos situaciones de la vida real en las que puedas detectar la existencia de una relación de proporcionalidad directa entre variables.

Titula las situaciones como **S₁** y **S₂**; para cada situación identifica las variables (**V₁** y **V₂**) y descríbelas, finalmente indica en qué consiste la relación de proporcionalidad entre ellas. Ordena tu respuesta de la siguiente manera y escribe después de los dos puntos.

S₁:

V₁:

V₂:

Relación:

S₂:

V₁:

V₂:

Relación:

Respuesta: